

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ АНАЛИЗА

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Избранные вопросы анализа»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

профессор кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений,
доктор физ.-мат. наук

В. В. Волчков

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Теория специальных функций, Теория периодических в среднем функций, Интегральные преобразования, Научный семинар по вопросам математического анализа, Гармонический анализ, Производственная практика: научно-исследовательская работа (обязательная), Производственная практика: преддипломная практика (обязательная).

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.11 Избранные вопросы анализа
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	6 / 226

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	3	6	17		34	56		
Очная	4	7	26		26	57		экзамен
Очная, всего			43		60	113	226	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование научного мировоззрения, овладение новым математическим аппаратом, углубление и применение знаний, полученных в общих курсах, подготовка к профессиональной деятельности, подготовка к чтению специальной литературы.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-3. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-3.1. Разрабатывает программы и реализует преподавание разделов математики, связанных с математическими объектами и их свойствами, в рамках дополнительного образования.

4.3. Результаты обучения

ОПК-1.3.1. Знает определения и утверждения, методы решения задач, приёмы доказательства утверждений, методы, применяемые для решения профессиональных задач.

ОПК-1.3.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, решать задачи дисциплины.

ОПК-1.3.3. Аргументированно выбирает метод решения задачи, устанавливает свойства математических объектов, закономерности между ними, доводит решение задачи до приемлемого (числового или символьного) результата, оценивает и анализирует полученный результат, строит математические модели для решения профессиональных задач.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Функции с нулевыми интегралами	Функции с нулевыми интегралами по отрезкам Теорема Произволова, Теорема Малюгина
Раздел 2. Теорема о квадрате	Метод сглаживания, Теорема о квадрате для локально суммируемых функций, Локальная теорема о квадрате
Раздел 3. Приложения в комплексном анализе	Усиление теоремы Мореры, теорема Зальцмана Теорема Дзядыка, усиление теоремы Дзядыка
Раздел 4. Другие приложения	Отображения, сохраняющие меру. Аппроксимация индикаторами, Теорема Нобля
Раздел 5. Задача трёх квадратов	Теорема Беренштейна-Гэйлора-Лаирда. Обобщение теоремы о трёх квадратах Локальная теорема о трёх квадратах
Раздел 6. Функции с нулевыми интегралами по кругам	Третья задача Произволова Теорема единственности Джона-Смита и ее обобщения Точность условий в теореме единственности.
Раздел 7. Теорема о двух радиусах	Теорема Зальцмана о двух радиусах
	Локальная теорема о двух радиусах.
	Квазианалитический случай
Раздел 8. Уравнение свёртки	Негармонические ряды Фурье, Теоремы об описании решений, Поведение решений на бесконечности

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 6

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Функции с нулевыми интегралами	4		8	14	12
Функции с нулевыми интегралами по отрезкам	1		2	4	7
Теорема Произволова	1		2	5	8
Теорема Малюгина	2		4	5	11
Раздел 2. Теорема о квадрате	4		8	14	26
Метод сглаживания	1		2	4	7
Теорема о квадрате для локально суммируемых функций	1		2	5	8
Локальная теорема о квадрате	2		4	5	11
Раздел 3. Приложения в комплексном анализе	5		10	14	29
Усиление теоремы Мореры	1		2	4	7
Теорема Зальцмана	2		4	5	11
Теорема Дзядыка, усиление теоремы Дзядыка	2		4	5	11
Раздел 4. Другие приложения	4		8	14	26
Отображения, сохраняющие меру	1		2	4	7
Аппроксимация индикаторами	1		2	5	8
Теорема Нобля	2		4	5	11
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	17		34	56	107

6.2. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 7

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 5. Задача трёх квадратов	6		6	14	12
Теорема Беренштейна-Тэйлора-Лаирда	2		2	4	4
Обобщение теоремы о трёх квадратах	2		2	5	4
Локальная теорема о трёх квадратах	2		2	5	4
Раздел 6. Функции с нулевыми интегралами по кругам	6		6	14	12
Третья задача Произволова	2		2	4	4
Теорема единственности Джона-Смита и ее обобщения	2		2	5	4
Точность условий в теореме единственности.	2		2	5	2
Раздел 7. Теорема о двух радиусах	7		7	14	12
Теорема Зальцмана о двух радиусах	2		2	4	4
Локальная теорема о двух радиусах	2		2	5	4
Квазианалитический случай	3		3	5	4
Раздел 8. Уравнение свёртки	7		7	14	12
Негармонические ряды Фурье	2		2	4	4

Теоремы об описании решений	2		2	5	4
Поведение решений на бесконечности	3		3	5	4
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	26		26	57	72
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	43		60	113	226

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Функции с нулевыми интегралами по отрезкам
2. Теорема Произволова
3. Теорема Малюгина

Раздел 2

1. Метод сглаживания
2. Теорема о квадрате для локально суммируемых функций
3. Локальная теорема о квадрате

Раздел 3

1. Усиление теоремы Мореры
2. теорема Зальцмана
3. Теорема Дзядыка, усиление теоремы Дзядыка

Раздел 4

1. Отображения, сохраняющие меру.
2. Аппроксимация индикаторами,
3. Теорема Нобля

Раздел 5

1. Теорема Беренштейна-Тэйлора-Лаирда
2. Обобщение теоремы о трёх квадратах
3. Локальная теорема о трёх квадратах

Раздел 6

1. Третья задача Произволова
2. Теорема единственности Джона-Смита и ее обобщения
3. Точность условий в теореме единственности.

Раздел 7

1. Теорема Зальцмана о двух радиусах
2. Локальная теорема о двух радиусах
3. Квазианалитический случай

Раздел 8

1. Негармонические ряды Фурье
2. Теоремы об описании решений
3. Поведение решений на бесконечности

7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Функции с нулевыми интегралами по отрезкам.
2. Теорема Произволова.
3. Теорема Малюгина.
4. Теорема о квадрате для локально суммируемых функций (метод сглаживания).
5. Приложения теоремы о квадрате (усиление теоремы Мореры, теорема Зальцмана).
6. Теорема Дзядыка, усиление теоремы Дзядыка
7. Отображения, сохраняющие меру.
8. Аппроксимация индикаторами.
9. Задача трёх квадратов, теорема Беренштейна-Тэйлора-Лаирда.
10. Обобщение теоремы о трёх квадратах.
11. Локальная теорема о квадрате.
12. Преобразование Радона, теорема Крамера-Вольда.
13. Задача о минимальном круге. 2.1. Разложение в ряд.
14. Преобразование Фурье радиальных функций и их обобщений..

15. Функции Бесселя как сферические функции.
16. Разложение обобщенных сферических функций по плоским волнам.
17. Теоремы типа Лиувилля.
18. Уравнение Абеля.
19. Уравнения Вольтерра второго рода.
20. Теоремы типа Лиувилля для класса функций с нулевыми интегралами по кругам.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике темам:

- функции Бесселя;
- уравнение Абеля.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

1. Теорема Малюгина.
2. Теорема Дзядыка.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 1

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	
	Самостоятельная работа	
	Контрольные работы по практике	

	Контрольная работа по теоретическому материалу	
ИТОГО		
Промежуточная аттестация		
Общий итог за семестр		100

8.2. Семестр 2

Соответствие баллов оценке			
Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. В.В. Волчков. Окончательный вариант локальной теоремы о двух радиусах // Математический сборник. - 1995. - Т. 186, № 6. - С. 15–34.

2. В.В. Волчков, Вит.В. Волчков, Н.П. Волčkова. О некоторых свойствах функций, характеризующих нулевыми интегралами // Математическое образование. - 2021. - № 4 (100), часть II. - С. 38–48.

3. В.В. Волчков, Вит.В. Волчков, Н.П. Волčkова. О некоторых свойствах функций, характеризующих нулевыми интегралами. Окончание // Математическое образование. - 2022. - № 1 (101). - С. 38–47.

10.2. Дополнительная литература

4. Хелгасон, С. Преобразование Радона / С. Хелгасон. - М. : Мир, 1983. - 150 с.

5. Йон, Ф. Плоские волны и сферические средние в применении к дифференциальным уравнениям с частными производными / Ф. Йон. - М.: ИЛ, 1958. - 158 с.

6. Хелгасон С. Группы и геометрический анализ / С. Хелгасон. - Москва: Мир, 1987 - 736 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).